МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«ИВАНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Шуйский филиал ИвГУ

Кафедра математики, информатики и методики обучения

ОДОБРЕНО:
Руководитель ОП
_____ В.В. Моругина
(подпись)
«21» февраля 2023 г.

Рабочая программа дисциплины

МАТЕМАТИКА

Уровень высшего образования:	бакалавриат
Квалификация выпускника:	бакалавр
Направление подготовки:	44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
Направленность (профиль) образовательной программы:	Начальное образование; Дефектологическое образование

Шуя

1. Цели освоения дисциплины: сформировать систематизированные знания теоретических основ начального курса математики и умения для глубокого овладения его содержанием.

2. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина «Математика» является обязательной для изучения; относится к обязательной части блока дисциплин Б1, входит в предметно-методический модуль.

Успешное освоение данной дисциплины будет способствовать готовности обучающихся к освоению дисциплин: «Методика обучения математике», «Специальная методика обучения математике», прохождению производственной практики, ранней преподавательской практики; производственной практики, преподавательской практики, в учреждениях, реализующих адаптированные основные общеобразовательные программы; производственной практики, педагогической (комплексной) практики.

Студент, приступающий к изучению дисциплины, должен обладать знаниями, умениями, навыками, полученными ранее в ходе изучения курса математики среднего общего образования.

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

3.1. Компетенции, формированию которых способствует данная дисциплина

При реализации дисциплины формируются следующие компетенции в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению подготовки:

а) универсальные компетенции (УК) и индикаторы их достижения:

Наименование категории (группы) универсальных компетенций	Код и наименование универсальной компетенции выпускника	Код и наименование индикатора достижения универсальной компетенции
Системное и критическое мышление	*УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач*	*УК-1.1. Демонстрирует знание особенностей системного и критического мышления и готовность к нему.* *УК-1.2. Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности.* *УК-1.3. Анализирует источник информации с точки зрения временных и пространственных условий его возникновения.* *УК-1.4. Анализирует ранее сложившиеся в науке оценки информации.* *УК-1.5. Сопоставляет разные источники информации с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений.* *УК-1.6. Аргументировано формирует собственное суждение и оценку информации, принимает обоснованное решение.* *УК-1.7. Определяет практические последствия предложенного решения*

		задачи.

б) общепрофессиональные компетенции (ОПК) и индикаторы их достижения:

Наименование категории (группы) общепрофессиональных компетенций	Код и наименование общепрофессиональной компетенции выпускника	Код и наименование индикатора достижения общепрофессиональной компетенции
Научные основы педагогической деятельности	*ОПК-8. Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний*	*ОПК-8.1. Применяет методы анализа педагогической ситуации, профессиональной рефлексии на основе специальных научных знаний.* *ОПК-8.2. Проектирует и осуществляет учебно-воспитательный процесс с опорой на знания основных закономерностей возрастного развития когнитивной и личностной сфер обучающихся, научно-обоснованных закономерностей организации образовательного процесса, научных основ преподаваемых предметов, их истории и места в мировой культуре и науке.* *ОПК-8.3. Осуществляет мониторинг и отбор программ профессионального и личностного развития.*

в) профессиональные компетенции (ПК) и индикаторы их достижения:

Код и наименование профессиональной компетенции выпускника	Код и наименование индикатора достижения профессиональной компетенции	Основание (ПС, анализ опыта)
Тип задач профессиональной деятельности: педагогический		
ПК-6. Способен выделять структурные элементы, входящие в систему познания предметной области (в соответствии с профилем и уровнем обучения), анализировать их в единстве содержания, формы и выполняемых функций	*ПК-6.1. Выделяет и анализирует структурные элементы учебного процесса, входящие в систему предметных и образовательных областей начального общего образования*	*Профессиональный стандарт 01.001 «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)»*
ПК-7. Способен определять собственную позицию относительно дискуссионных проблем предметной области (в соответствии с профилем и уровнем обучения)	*ПК-7.2. Проявляет способность аргументировано, логические верно и ясно выражать свою позицию по обсуждаемым дискуссионным проблемам в сочетании с готовностью к конструктивному диалогу и толерантному восприятию иных точек зрения.*	*Профессиональный стандарт 01.001 «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)»*

3.2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с индикаторами достижения формируемых компетенций

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать:
– особенности системного и критического мышления; логические формы и процедуры (УК-1 (индикаторы – 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7);
– научные основы преподаваемого предмета, его историю и место в мировой культуре и науке (конкретизируются применительно к изучаемой учебной дисциплине); этапы развития предметной области; содержательные, методологические и мировоззренческие связи предметной области со смежными научными областями; современные проблемы теории и методики обучения и воспитания (с учётом предмета и уровня общего образования) (ОПК-8 (индикаторы – 1, 2, 3);
– тенденции развития предметных областей начального общего образования в единстве содержания, формы и выполняемых функций; основы формирования и функционирования системы познания предметных областей начального общего образования (ПК-6 (индикаторы – 1, 2, 3);
– важнейшие дискуссионные проблемы предметных областей начального общего образования (ПК-7 (индикаторы – 1, 2, 3).

Уметь:
– анализировать источники информации с точки зрения временных и пространственных условий их возникновения; получать, обрабатывать и анализировать информацию из различных источников; анализировать ранее сложившиеся в науке оценки информации; аргументированно формировать собственное суждение и оценку информации (УК-1 (индикаторы – 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7);
– совершенствовать свои профессиональные знания и умения на основе постоянного самообразования; оценить уровень своей профессиональной компетентности; формулировать цели самообразования исходя из этапов личностно-профессионального роста, индивидуально-личностных особенностей; учитывать и создавать условия успешного самообразования в процессе учебно-профессиональной деятельности (ОПК-8 (индикаторы – 1, 2, 3);
–выделять структурные элементы учебного процесса, входящие в систему предметных и образовательных областей начального общего образования; использовать теоретические знания для генерации новых идей в области развития образования (ПК-6 (индикаторы – 1, 2, 3);
– выражать свою позицию по обсуждаемым дискуссионным проблемам; воспринимать иные точки зрения по обсуждаемым дискуссионным проблемам (ПК-7 (индикаторы – 1, 2, 3).

Владеть:
– навыками сопоставления разных источников информации с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений; навыками определения практических последствий предложенного решения задач; технологиями анализа и синтеза информации на основе системного подхода; основными методами математической обработки информации (УК-1 (индикаторы – 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7);
– научными основами преподаваемого предмета (конкретизируются применительно к изучаемой учебной дисциплине); теоретическими и практическими знаниями для постановки и решения исследовательских задач в предметной области и в области образования (ОПК-8 (индикаторы – 1, 2, 3);
– навыками сбора и обобщения эмпирической информации о тенденциях развития системы начального образования (ПК-6 (индикаторы – 1, 2, 3);
– методами анализа дискуссионных проблем предметных областей (ПК-7 (индикаторы – 1, 2, 3).

4. Объём и содержание дисциплины

Очная форма обучения
Объём дисциплины составляет 10 зачётных единиц (270 час.)
Контактная работа 89,16 час.
Самостоятельная работа 180,84 час.

Виды учебных занятий и формы промежуточной аттестации	1 сем.		2 сем.		3 сем.	
	Контактная работа с преподавателем	Самостоятельная работа обучающегося	Контактная работа с преподавателем	Самостоятельная работа обучающегося	Контактная работа с преподавателем	Самостоятельная работа обучающегося
Лекции	12	30	12	72	12	28,5
Лабораторные работы	-		12			
Практические занятия	12		12		13,5	
Групповые консультации перед экзаменом	1,5	-			1,5	-
Экзамен	0,33	25,17			0,33	25,17
Всего	25,83	55,17	36	72	27,33	53,67

4.1. Содержание дисциплины по разделам (темам), соотнесенное с видами и объемом учебных занятий

Очная форма обучения

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и объем (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости Формы промежуточной аттестации
			Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа		Самостоятельная работа обучающегося	
				Лаб.	Пр.		
1.	Множества и операции над ними. Отношения между множествами.	1	1,5	-	1,5	4	Тест
2.	Элементы комбинаторики.	1	1,5	-	1,5	2	Тест
3.	Элементы логики высказываний. Высказывания с кванторами	1	1,5	-	1,5	4	Тест
	Элементы логики предикатов.	1	1,5	-	1,5	4	Тест
	Текущий контроль №1	1	-	-		4	Контрольная работа №1
4.	Соответствия между множествами.	1	1,5	-	1,5	2	Тест
	Отображения. Числовые функции как соответствия.	1	1,5	-	1,5	2	Тест
	Отношения на множестве	1	1,5	-	1,5	2	Тест
5.	Математические структуры. Алгебраические операции на	1	1,5	-	1,5	2	Тест

	множестве.						
	Текущий контроль №2	1	-	-	-	4	Контрольная работа №2
			12		**12**	**30**	Экзамен
6.	Аксиоматическое построение понятия натурального числа. Аксиоматический метод в математике.	2	1,5	-	1,5	7	Тест
	Система аксиом Пеано. Определение натурального числа.	2	1,5	1,5	1,5	7	Тест
	Сложение натуральных чисел. Свойства сложения.	2	1,5	1,5	1,5	7	Тест
	Умножение натуральных чисел и его свойства.	2	1,5	1,5	1,5	7	Тест
	Вычитание и деление натуральных чисел	2	1,5	1,5	1,5	7	Тест
	Метод математической индукции.	2	1,5	1,5	1,5	7	Тест
	Текущий контроль №1	2	-	1,5	-	7	Контрольная работа №1
7.	Теоретико-множественный смысл натурального числа и нуля.	2	1,5	-	1,5	7	Тест
	Теоретико-множественный смысл сложения, вычитания, умножения и деления целых неотрицательных чисел.	2	1,5	1,5	1,5	7	Тест
	Текущий контроль №2	2	-	1,5		9	Контрольная работа №2
			12	**12**	**12**	**72**	
8.	Натуральное число как мера величины	3	1,5	-	1,5	2,5	Тест
9.	Запись целых неотрицательных чисел и алгоритмы действий над ними. Десятичная система счисления.	3	1,5	-	1,5	2,5	Тест
	Позиционные системы счисления, отличные от десятичной.	3	1,5	-	1,5	2,5	Тест
10.	Делимость натуральных чисел	3	1,5	-	1,5	2,5	Тест
	Основная теорема арифметики.	3	1,5	-	-	2,5	Тест
	Текущий контроль №1	3	-	-	1,5	2,5	Контрольная работа №1
11.	О расширении множества	3	1,5	-	1,5	2,5	Тест

	натуральных чисел						
	Действительные числа.	3	1,5	-	1,5	2,5	Тест
12.	Геометрические фигуры	3	-	-	1,5	2,5	Тест
	Геометрические величины.	3	1,5	-	-	3	Тест
	Текущий контроль №2	3	-	-	1,5	1,5	Контрольная работа №2
			12	**-**	**13,5**	**28,5**	Экзамен
ИТОГО			36	12	37,5	130,5	

4.2. Развернутое описание содержания учебного материала по разделам (темам)

Модуль 1. Множества и операции над ними

Множество. Элементы множества. Отношение принадлежности. Равенство множеств. Пустое множество. Подмножества. Отношение включения. Его свойства. Способы задания множеств.

Булевы операции над множествами. Их свойства. Диаграммы Эйлера – Венна. Теоретико-множественные тождества.

Декартовы произведения множеств. Свойства декартовых произведений множеств. Понятие кортежа длины n.

Модуль 2. Элементы комбинаторики

Комбинаторные задачи. Правила суммы и произведения. Размещения с повторениями. Размещения без повторений. Перестановки с повторениями. Перестановки без повторений. Сочетания с повторениями. Сочетания без повторений.

Модуль 3. Элементы логики высказываний и предикатов

Элементы логики высказываний. Структура сложного повествовательного предложения. Связки. Высказывания. Сложные высказывания. Булевы операции над высказываниями. Тождественно истинные формулы. Логические следствия, необходимые и достаточные условия.

Элементы логики предикатов. Понятие предиката. Область истинности предиката. Булевы операции над предикатами. Эквивалентные предикаты. Отношение логического следования. Тождественно истинные, тождественно ложные и выполнимые предикаты. Уравнения и неравенства как предикаты.

Высказывания с кванторами. Отрицание высказываний и высказывательных форм. Отношения следования и равносильности между предложениями. Структура теоремы. Виды теорем.

Модуль 4. Соответствия между множествами. Отношения на множестве

От интуитивных представлений о соответствиях – к понятию соответствия. Способы задания соответствий. Композиции соответствий. Взаимно-однозначные соответствия. Соответствие, обратное данному. Булевы операции над соответствиями.

Отображения. Функции как соответствия. Понятие функции. Композиции функций. Взаимно-однозначные функции. Функция, обратная данной.

Понятие отношения. Координатные графики бинарных отношений на множестве действительных чисел. Графы бинарных отношений. Отношения эквивалентности и разбиение множества на классы. Отношения порядка и их диаграммы.

Модуль 5. Математические структуры. Алгебраические операции на множестве.

Понятие математической структуры. Изоморфные математические структуры. Свойства отношения «быть изоморфными» на множестве математических структур. Понятия алгебры, группы и поля.

Понятие алгебраической операции. Свойства алгебраических операций. Нейтральный и поглощающий элементы относительно алгебраической операции.

Модуль 6. Аксиоматическое построение понятия натурального числа

Аксиоматический метод в математике. Модели системы аксиом. Непротиворечивые, независимые, категоричные системы аксиом. Система аксиом Пеано.

Определение натурального числа и операций над числами.

Метод математической индукции.

Деление с остатком.

Модуль 7. Теоретико-множественный смысл натурального числа, нуля и операций над числами

Количественное натуральное число и нуль. Отношение порядка на множестве целых неотрицательных чисел.

Теоретико-множественный смысл сложения и вычитания целых неотрицательных чисел.

Теоретико-множественный смысл умножения и деления целых неотрицательных чисел.

Модуль 8. Натуральное число как мера величины

Понятие положительной скалярной величины и её измерения

Смысл натурального числа, полученного в результате измерения величины. Смысл суммы и разности.

Смысл произведения и частного натуральных чисел, полученных в результате измерения величин.

Модуль 9. Запись целых неотрицательных чисел и алгоритмы действий над ними

Позиционные и непозиционные системы счисления.

Запись числа в десятичной системе счисления.

Алгоритмы сложения, вычитания, умножения и деления.

Позиционные системы счисления, отличные от десятичной.

Модуль 10. Делимость натуральных чисел

Отношение делимости на множестве натуральных чисел. Его свойства.

Общие кратные и общие делители. Наименьшее общее кратное и наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида.

Простые и составные числа. Бесконечность множества простых чисел. Основная теорема арифметики.

Модуль 11. О расширении множества натуральных чисел

Понятие дроби.

Положительные рациональные числа. Множество положительных рациональных чисел как расширение множества натуральных чисел. Запись положительных рациональных чисел в виде десятичных дробей.

Действительные числа.

Модуль 12. Геометрические фигуры и величины

Свойства геометрических фигур на плоскости.

Построение и преобразование геометрических фигур.

Изображение пространственных фигур.

Геометрические величины. Векторные величины.

5. Образовательные технологии, в том числе перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Реализация дисциплины «Математика» в учебном процессе предусматривает использование следующих образовательных технологий, методов и форм: технологии коллективного способа обучения; рейтинговая технология; интерактивные лекции; дискуссия; групповая работа.

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине: мультимедиа технологии (интерактивная доска, мультимедийный проектор); технологии визуализации (электронные таблицы MicrosoftOfficeExcel).

Для подготовки к занятиям студенты используют электронный каталог библиотеки ШФ ИвГУ, а также электронные ресурсы:

- http://www.biblioclub.ru/ Университетская библиотека online.
- http:// http://www.rucont.ru/ ЭБС Шуйского филиала ИвГУ.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся по дисциплине «Математика» осуществляется в следующих формах: выполнение домашних практических заданий, конспектирование дополнительных вопросов из разделов дисциплины. Организация самостоятельной работы по дисциплине направлена на формирование профессионально значимых компонентов формируемых компетенций. Учебный материал для самостоятельной работы предлагается студентам в виде заданий для осуществления целеполагания, сбора необходимой информации, ее анализа с различных точек зрения, выдвижения гипотез и их проверки, формулировки выводов. Содержание заданий разрабатывается на основе применяемых технологий обучения. Основу каждого задания составляет предметная область, в рамках содержания которой студентам предлагается решить основные задачи профессиональной деятельности.

Полностью весь методический материал по обеспечению самостоятельной работы студентов приводится в приложении 1 к настоящей программе. Доступ к методическим материалам осуществляется через сайт Шуйского филиала ИвГУ, в том числе через ЭБС Шуйского филиала ИвГУ на платформе «Руконт».

7. Характеристика оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине

В ходе текущего контроля оцениваются промежуточные результаты освоения студентами курса «Математика». Мониторинг образовательной деятельности обучающихся организуется через учет динамики накопления и качества продуктов деятельности обучающихся в процессе выполнения практических работ и активности студентов в аудитории и самостоятельной деятельности.

Текущий контроль осуществляется с использованием накопительного рейтингового оценивания. Критерии оценки конкретных продуктов деятельности обучающихся разрабатываются преподавателем совместно с обучающимися в зависимости от уровня их предметной и дидактической подготовки.

Для текущего контроля успеваемости применяются:

- практические задания в аудитории (30 баллов);
- выполнение семестрового плана самостоятельной работы (15 баллов);
- выполнение двух контрольных работ (30 баллов)

Помимо этого учитывается:

- степень активности и самостоятельности обучающегося на занятиях – 10 баллов,
- посещаемость (отсутствие пропусков занятий) – 15 баллов.

Очная форма обучения

Для текущего контроля успеваемости студентов очной формы обучения используются контрольные работы.

Пороговый уровень сформированности контролируемых компетенций проверяется практическими заданиями для текущего контроля, позволяющими формировать базовые компоненты проверяемых компетенций.

Критерии оценки:

Каждое правильно выполненное задание оценивается баллами от 1 до 5.

Максимальный балл за выполнение заданий порогового уровня должен быть не менее 8.

Если студент набирает количество баллов ниже зачётного, то проверяемые компетенции считаются не сформированными.

Базовый уровень сформированности контролируемых компетенций проверяется практическими заданиями для текущего контроля, позволяющими формировать отдельные части или компетенций в целом.

Критерии оценки:

Каждое правильно выполненное задание оценивается баллами от 1 до 5.

Максимальный балл за выполнение заданий базового уровня должен быть от 11 до 13.

Если студент набирает количество баллов ниже зачётного, то проверяемые компетенции считаются не сформированными.

Повышенный уровень сформированности контролируемых компетенций проверяется практическими заданиями для текущего контроля, позволяющими формировать компетенции в целом.

Критерии оценки:

Каждое правильно выполненное задание оценивается баллами от 1 до 5.

Максимальный балл за выполнение заданий повышенного уровня должен быть от 14 до 15.

Если студент набирает количество баллов ниже зачётного, то проверяемые компетенции считаются не сформированными.

На экзамене (1 семестр) по дисциплине «Математика» знания, умения и владения характеризующие этапы формирования компетенции УК-1, ОПК-8, ПК-6, ПК-7 проверяются следующими оценочными средствами:

- тест;
- разноуровневые задачи и задания.

Пороговый уровень сформированности контролируемых компетенций проверяется тестированием, которое проводится на экзамене в течение 30 минут. Каждый вариант тест-билета содержит 19 заданий в тестовой форме.

Критерии оценки:

Тестовые задания разделены на 6 модулей в соответствии с изучаемыми темами дисциплины. В каждом модуле определённое количество заданий. Каждое правильно выполненное задание тестирования отмечается преподавателем и по каждому модулю считается сумма правильно выполненных заданий. Если освоено n модулей, то студент получает 1,66·n балл за тестирование по дисциплине. Модуль считается освоенным успешно, если количество правильных ответов по нему составляет 75% и выше.

Если ни один модуль не освоен успешно, то студент за тестирование по дисциплине баллов не получает.

Максимальный балл за выполнение задач порогового уровня должен быть – 10 баллов.

Базовый уровень сформированности контролируемых компетенций проверяется тестированием и разноуровневыми задачами и заданиями репродуктивного уровня, позволяющими оценивать и диагностировать знание фактического материала и умение правильно использовать специальные термины и понятия.

Критерии оценки:

Тестовые задания разделены на 6 модулей в соответствии с изучаемыми темами дисциплины. В каждом модуле определённое количество заданий. Каждое правильно выполненное задание тестирования отмечается преподавателем и по каждому модулю считается сумма правильно выполненных заданий. Если освоено n модулей, то студент получает 1,66·n балл за тестирование по дисциплине. Модуль считается освоенным успешно, если количество правильных ответов по нему составляет 75% и выше.

Если ни один модуль не освоен успешно, то студент за тестирование по дисциплине баллов не получает.

Каждая правильно выполненная задача репродуктивного уровня оценивается баллами от 1 до 5 (максимальное количество - 10 баллов).

Максимальный балл за выполнение заданий базового уровня должен быть – 20 баллов.

Если студент набирает количество баллов ниже зачётного, то проверяемые компетенции считаются не сформированными.

Повышенный уровень сформированности контролируемых компетенций проверяется тестированием, разноуровневыми задачами и заданиями репродуктивного и реконструктивного уровня, позволяющими не только оценивать и диагностировать знание фактического материала и умение правильно использовать специальные термины и понятия, но и умение систематизировать, анализировать и обобщать фактический и теоретический материал.

Критерии оценки:

Тестовые задания разделены на 6 модулей в соответствии с изучаемыми темами дисциплины. В каждом модуле определённое количество заданий. Каждое правильно выполненное задание тестирования отмечается преподавателем и по каждому модулю считается сумма правильно выполненных заданий. Если освоено n модулей, то студент получает 1,66·n балл за тестирование по дисциплине. Модуль считается освоенным успешно, если количество правильных ответов по нему составляет 75% и выше.

Если ни один модуль не освоен успешно, то студент за тестирование по дисциплине баллов не получает.

Каждая правильно выполненная задача репродуктивного уровня оценивается баллами от 1 до 5 (максимальное количество - 10 баллов).

Каждое правильно выполненное задание реконструктивного уровня оценивается баллами от 3 до 10 (максимальное количество - 10 баллов).

Максимальный балл за выполнение заданий повышенного уровня должен быть – 30 баллов.

Если студент набирает количество баллов ниже зачётного, то проверяемые компетенции считаются не сформированными.

Форма проведения экзамена:

- письменная,
- использование рейтинговой оценки, с учётом семестрового плана самостоятельной работы.

Оценка результатов освоения дисциплины при рейтинговой системе оценивания формируется по 100 – балльной шкале из результатов текущего контроля успеваемости и результатов, полученных на экзамене.

Оценка на экзамене выставляется по следующей шкале:

Очная форма обучения
Шкала оценки результатов освоения дисциплины «Математика» при рейтинговой системе оценивания

Повышенный уровень	Базовый уровень	Пороговый уровень	Ниже порогового уровня
отлично	хорошо	удовлетворительно	неудовлетворительно
85-100 баллов	71-84 балла	61-70 баллов	60 и менее баллов

На экзамене (3 семестр) по дисциплине «Математика» знания, умения и владения характеризующие этапы формирования компетенции УК-1, ОПК-8, ПК-6, ПК-7 проверяются следующими оценочными средствами:

- тест;
- разноуровневые задачи и задания.

Пороговый уровень сформированности контролируемых компетенций проверяется тестированием, которое проводится на зачёте в течение 50 минут. Каждый вариант тест-билета содержит 30 заданий в тестовой форме.

Критерии оценки:

Тестовые задания разделены на 7 модулей в соответствии с изучаемыми темами дисциплины. В каждом модуле определённое количество заданий. Каждое правильно выполненное задание тестирования отмечается преподавателем и по каждому модулю считается сумма правильно выполненных заданий. Если освоено n модулей, то студент получает 1,43·n баллов за тестирование по дисциплине. Модуль считается освоенным успешно, если количество правильных ответов по нему составляет 75% и выше.

Если ни один модуль не освоен успешно, то студент за тестирование по дисциплине баллов не получает.

Максимальный балл за выполнение задач порогового уровня должен быть – 10 баллов.

Базовый уровень сформированности контролируемых компетенций проверяется тестированием и разноуровневыми задачами и заданиями репродуктивного уровня, позволяющими оценивать и диагностировать знание фактического материала и умение правильно использовать специальные термины и понятия.

Критерии оценки:

Тестовые задания разделены на 7 модулей в соответствии с изучаемыми темами дисциплины. В каждом модуле определённое количество заданий. Каждое правильно выполненное задание тестирования отмечается преподавателем и по каждому модулю считается сумма правильно выполненных заданий. Если освоено n модулей, то студент получает 1,43·n баллов за тестирование по дисциплине. Модуль считается освоенным успешно, если количество правильных ответов по нему составляет 75% и выше.

Если ни один модуль не освоен успешно, то студент за тестирование по дисциплине баллов не получает.

Каждая правильно выполненная задача репродуктивного уровня оценивается баллами от 1 до 5 (максимальное количество - 10 баллов).

Максимальный балл за выполнение заданий базового уровня должен быть – 20 баллов.

Если студент набирает количество баллов ниже зачётного, то проверяемые компетенции считаются не сформированными.

Повышенный уровень сформированности контролируемых компетенций проверяется тестированием, разноуровневыми задачами и заданиями репродуктивного и реконструктивного уровня, позволяющими не только оценивать и диагностировать знание фактического материала и умение правильно использовать специальные термины и понятия,

но и умение систематизировать, анализировать и обобщать фактический и теоретический материал.

Критерии оценки:

Тестовые задания разделены на 7 модулей в соответствии с изучаемыми темами дисциплины. В каждом модуле определённое количество заданий. Каждое правильно выполненное задание тестирования отмечается преподавателем и по каждому модулю считается сумма правильно выполненных заданий. Если освоено n модулей, то студент получает 1,43·n баллов за тестирование по дисциплине. Модуль считается освоенным успешно, если количество правильных ответов по нему составляет 75% и выше.

Если ни один модуль не освоен успешно, то студент за тестирование по дисциплине баллов не получает.

Каждая правильно выполненная задача репродуктивного уровня оценивается баллами от 1 до 5 (максимальное количество - 10 баллов).

Каждая правильно выполненная задача реконструктивного уровня оценивается баллами от 3 до 10 (максимальное количество - 10 баллов).

Максимальный балл за выполнение заданий повышенного уровня должен быть – 30 баллов.

Если студент набирает количество баллов ниже зачётного, то проверяемые компетенции считаются не сформированными.

Форма проведения экзамена:

– письменная,

– использование рейтинговой оценки, с учётом семестрового плана самостоятельной работы.

Оценка результатов освоения дисциплины при рейтинговой системе оценивания формируется по 100 – балльной шкале из результатов текущего контроля успеваемости и результатов, полученных на экзамене.

Оценка на экзамене выставляется по следующей шкале:

Шкала оценки результатов освоения дисциплины «Математика» при рейтинговой системе оценивания

Повышенный уровень	Базовый уровень	Пороговый уровень	Ниже порогового уровня
отлично	хорошо	удовлетворительно	неудовлетворительно
85-100 баллов	71-84 балла	61-70 баллов	60 и менее баллов

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математика» в полном объёме представлен в Приложении 2 к рабочей программе.

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Учебная и учебно-методическая литература:

– основная литература:

1. Виноградова, Е. П. Математика : учебное пособие / Е. П. Виноградова ; науч. ред. Т. Уткина. – 2-е изд., стер. – Москва : ФЛИНТА, 2014. – Часть II. – 199 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=363458. – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-9765-1937-4. – Текст : электронный.
2. Виноградова, Е. П. Математика : учебное пособие / Е. П. Виноградова. – 2-е изд., стер. – Москва : ФЛИНТА, 2014. – Часть III. – 212 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=439527. – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-9765-1939-8. – Текст : электронный.
3. Тимофеева, И. Л. Вводный курс математики : учебное пособие для студентов вузов / И.

Л. Тимофеева, И. Е. Сергеева, Е. В. Лукьянова ; под ред. В. Л. Матросова. - Москва : Академия, 2011. - 240 с.

– дополнительная литература:

1. Балдин, К. В. Высшая математика : учебник / К. В. Балдин, В. Н. Башлыков, А. В. Рукосуев ; под общ. ред. К. В. Балдина. – 3-е изд., стер. – Москва : ФЛИНТА, 2021. – 360 с. : табл., граф., схем. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=79497. – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-9765-0299-4. – Текст : электронный.
2. Когаловский, С. Р. Введение в комбинаторику : учебное пособие по курсу "Математика" для студентов факультета педагогики и психологии / С. Р. Когаловский ; Федеральное агентство по образованию , ГОУ ВПО "ШГПУ" , Кафедра начального математического образования. - Шуя : Весть ГОУ ВПО "ШГПУ", 2007. - 62 с.
3. Математика. Практикум по решению задач: учебно-методические рекомендации для специальностей гуманитарного профиля / Министерство образования и науки РФ; ГОУ ВПО «ШГПУ»; Кафедра математики и методики обучения; сост. Л. В. Замогильнова. - Шуя: ГОУ ВПО «ШГПУ», 2010. - 124 с.
4. От задач на делимость целых чисел к основной теореме арифметики: учебные материалы по дисциплине Математика (для студентов факультета педагогики и психологии) / Федеральное агентство по образованию; ГОУ ВПО «ШГПУ»; Кафедра начального математического образования; сост. С. Р. Когаловский. - Шуя: Весть ГОУ ВПО «ШГПУ», 2008. – 32 с.
5. Пенчанский, С. Б. Основы начального курса математики в примерах и задачах : учебное пособие / С. Б. Пенчанский. – Минск : РИПО, 2018. – 240 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=497498. – Библиогр. в кн. – ISBN 978-985-503-830-7. – Текст : электронный.
6. Стойлова, Л. П. Математика : учебник для студентов высших педагогических учебных заведений / Л. П. Стойлова. - 2-е изд. ; стер. - Москва : Академия, 2004. - 424 с.
7. Тонких, А. П. Математика : учебное пособие для студентов факультетов подготовки учителей начальных классов : в 2-х кн. Книга 1 / А. П. Тонких. - Москва : Университет, 2002. - 532 с.
8. Тонких, А. П. Математика : учебное пособие для студентов факультетов подготовки учителей начальных классов : в 2-х кн. Книга 2 / А. П. Тонких. - Москва : Университет, 2002. - 372 с.

Интернет-ресурсы:

– http://www.mathedu.ru/
  Математическое образование: общедоступная электронная библиотека
– http://www.ph4s.ru/books_mat.html
  Сайт «Студентам – математика»
– http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/handbooks.htm
  Сайт «Мир математических уравнений»
  https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%BE%D1%80%D1%82%D0%B0%D0%BB:%D0%9C%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0
  ВикипедиЯ: математический портал
– http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=mm&option_lang=rus
  Сайт журнала РАН «Математическое моделирование»

Современные профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:
ЭБС «Университетская библиотека онлайн»;
Коллекция Шуйского филиала ИвГУ на национальном цифровом ресурсе «Руконт»;
Словари и энциклопедии на Академике. - https://dic.academic.ru/;
Статистические материалы региональных исследований в области общего образования. - http://www.ivege.ru/content/work/katestvo/region_monitoring;
и т.п.)
Математическая энциклопедия - https://gufo.me/dict/mathematics_encyclopedia

Программное обеспечение:
В процессе изучения дисциплины используются офисные пакеты MicrosoftOffice, OpenOffice, программа для просмотра и чтения файлов PDFAdobeAcrobatReaderDC, программа для воспроизведения флэш-анимации в браузерах AdobeFlashPlayer, вэб-обозреватели GoogleChrome, Opera, Антивирус Касперского, 1С университет.

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

1. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для предоставления учебной информации большой аудитории.
2. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами обучения.
3. Лаборатория, оснащенная лабораторным оборудованием, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами обучения.
4. Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами обучения.
5. Учебная аудитория для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами обучения.
6. Помещение для самостоятельной работы, оснащенное специализированной мебелью, компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.
6. Учебно-наглядные пособия для занятий лекционного типа, обеспечивающие тематические иллюстрации: электронные презентации.

Автор(ы) рабочей программы дисциплины: И.Б. Румянцева, доцент кафедры математики, информатики и методики обучения, кандидат психологических наук, доцент.

Программа рассмотрена на заседании кафедры математики, информатики и методики обучения
«16» февраля 2023 г., протокол № 7

Программа обновлена
протокол заседания кафедры № _____ от «_____» _____20 __ г.
Согласовано:
Руководитель ОП _____ В.В. Моругина
(подпись)

Программа обновлена
протокол заседания кафедры № _____ от «_____» _____20 __ г.
Согласовано:
Руководитель ОП _____ В.В. Моругина
(подпись)

Программа обновлена
протокол заседания кафедры № _____ от «_____» _____20 __ г.
Согласовано:
Руководитель ОП _____ В.В. Моругина
(подпись)

Приложение 1.

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Задания для самостоятельного выполнения

Самостоятельная работа №1

№1. Найдите пересечение множеств A={x | xϵN, x- двухзначное число} и B={x | xϵN, x- оканчивается цифрой 7}.

№2. Найдите дополнение к множеству B до множества A, если A={x |xϵN, x≤20}, B={x |xϵN, x<11}.

№3. Найдите разность множеств P и C, если P={x | xϵZ, -4≤x≤6}, C={x | xϵN,3≤x≤10}.

№4. Даны множества A, B, C, такие, что A∩B∩C ≠ Ø и ни одно из данных множеств не является подмножеством любого другого. Отметьте штриховкой на диаграмме Эйлера-Венна следующее множество (A∩B) U C'.

№5. В магазине посетители обычно покупают либо один торт, либо одну коробку конфет, либо один торт и одну коробку конфет. В один из дней было продано 57 тортов и 36 коробок конфет. Сколько было покупателей если 12 человек купили и торт и коробку конфет?

№6. Даны множества: A – множество четырёхугольников, B – множество трапеций, C – множество параллелограммов, D – множество квадратов, E – множество прямоугольников, F – множество ромбов, K – множество выпуклых четырёхугольников, T – множество треугольников, M – множество многоугольников, P – множество равносторонних треугольников. Установите зависимости между множествами и изобразите данные множества с помощью диаграмм Эйлера-Венна. Какое из множеств является для остальных универсальным?

№7. Решите систему уравнений, используя положения теории множеств.

$$\begin{cases} tgx(tg^5 x + a\cos^{14} x - 2) = 0 \\ \sin\dfrac{x}{2}\cdot\sin\dfrac{x}{10} = 0 \end{cases}$$

Самостоятельная работа №2

№1. Множество C содержит 9 элементов, а множество B – 5 элементов. Сколько элементов содержится в декартовом произведении данных множеств? Сколько всевозможных подмножеств имеет декартово произведение множеств C и B?

№2. На собрании должны выступить 5 человек: A, B, C, D, E. Сколькими способами можно расположить их в списке ораторов при условии, что A должен выступать непосредственно перед B?

№3. Собрание из 80 человек выбирает председателя, секретаря и трех членов редакционного совета. Сколькими способами это можно сделать?

№4. Из группы, состоящей из 7 мужчин и 4 женщин, надо выбрать 6 человек так, чтобы среди них было не менее двух женщин. Сколькими способами это можно сделать?

№5. Пять юношей и три девушки играют в шахматы. Сколькими способами они могут разбиться на две команды, если в каждой команде должно быть хотя бы по одной девушке?

№6. На шахматном турнире, проводившемся в 1 круг (любые два участника встречались между собой один раз), была сыграна 91 партия. Сколько человек участвовало в турнире?

№7. Сколько 5-значных чисел, кратных 5, можно составить из цифр числа 60452, используя каждую из них не более одного раза?

Самостоятельная работа №3

№1. Из предиката $x^2 - 4x=0$, заданного на множестве действительных чисел, получите 3 высказывания. Найдите множество истинности для этого предиката.

№2. Выявите логическую структуру следующих предложений:

а) число 9 является рациональным или иррациональным;

б) если углы вертикальные, то они равны,

в) если число делится на 5 и 2, то оно делится и на 10;

г) треугольник АВС равнобедренный и прямоугольный;

д) число 56 не делится на 9;

е) если число целое и положительное, то оно натуральное.

№3. Определите, является ли составное высказывание тавтологией:

а) $((A \vee E) \wedge \bar{E}) \Leftrightarrow A \wedge E$

б) $(A \wedge \overline{E \vee U}) \Leftrightarrow ((A \wedge \bar{E}) \vee (A \wedge \bar{U})$

№4. На множестве A={1, 2, 3, 4, …, 20}заданы предикаты A(x): «число x красно 5», B(x): «число x чётное», C(x): «число x кратно 3», D(x): «число x составное». Сформулируйте следующие предикаты и найдите их множества истинности: а) $A(x) \wedge C(x) \wedge D(x)$, б) $A(x) \vee B(x) \vee D(x)$.

№5. Найдите множества истинности предикатов:

а) E(x): «$7<x<8$», $x \in N$;

б) F(x): «$x \cdot y=6$», $x,y \in Z$;

в) K(x: «$x^2 + y^2 = 25$», $x,y \in Z$.

№6.Обозначьте элементарные высказывания буквами и запишите следующие высказывания с помощью символов логики высказываний: «*На вопрос, кто из трёх учащихся изучал логику, был получен правильный ответ: если изучал первый, то изучал и второй, но неверно, что если изучал третий, то изучал и второй*» Выполните тождественные преобразования, позволяющие определить, кто из учащихся изучал логику?

Самостоятельная работа №4

№1. К задаче: «В трёх одинаковых ящиках 21 кг апельсинов. Сколько килограммов апельсинов в 8 таких ящиках?» составьте разные модели: рисунок, чертёж и таблицу.

№2. Составьте все обратные задачи к данной: «Школьники посадили за 3 дня 390 деревьев. В первый день они посадили 120 деревьев, во второй – на 50 деревьев больше, чем в первый, а в третий – все остальные деревья. Сколько деревьев посадили школьники в третий день?»

№3. Решите задачу разными способами, используя арифметический метод решения: «Ученик затратил на подготовку уроков 1ч 50 мин. Занятия русским языком заняли на 15 мин больше, чем географией, и на 20 мин меньше, чем математикой. Сколько времени ушло на подготовку каждого предмета отдельно?»

№4. Решите задачу, используя арифметический метод решения (по действиям с пояснениями): «Банка с мёдом весит 500 г. Та же банка с керосином весит 350г. Керосин легче мёда в 2 раза. Сколько весит пустая банка?»

№5. Решите задачу, используя арифметический метод решения (по действиям с пояснениями): «Три брата купили вместе 9 тетрадей. Младший брат взял на одну тетрадь меньше, чем средний, а старший - на одну тетрадь больше, чем средний. Сколько тетрадей взял каждый брат?»

№6. Решите задачу, используя арифметический метод решения (по действиям с пояснениями): «Сколько времени будет проходить поезд длиной 500 м через тоннель, длина которого 500 м, если скорость поезда 60 км/ч ?»

№7. Решите задачу, используя алгебраический метод решения: «Птицефабрика должна отправить в магазины 6000 яиц. Она уже отправила 10 ящиков по 350 яиц и 4 ящика по 150 яиц. Сколько яиц осталось отправить в магазины?»

Самостоятельная работа №5

№1. Множество T={(1,0), (2,0), (3,0), (4,0)} представляет собой соответствие между элементами множеств X={1,2,3,4} и Y={0,1}. Задайте отношение T^{-1}, обратное отношению T.

№2. Задайте три соответствия между множествами X={a, в, c} и Y={8, 1, 7} так, чтобы одно из них было взаимно однозначным.

№3. Даны множества A={a,b,c,d} и B={m,t}. Сколько всевозможных соответствий можно установить между элементами данных множеств?

№4. Приведите примеры соответствий, существующих между элементами множеств A и B, если:

а) A – множество отрезков, B – множество чисел;

б) A – множество треугольников, B – множество окружностей.

№5. Соответствие P – «число x кратно числу y» задано между элементами множеств X={135,0,264,122} и Y={3,4,5,9}, причём x∈X, y∈Y. Постройте граф отношения P.

№6. Элементы множеств X и Y находятся в соответствии y=x-3. Постройте график данного соответствия, если: а) X=Y=R; б) X=[-2, 2], Y= R;

в) X={-2, -1, 0, 1, 2}, Y=Z.

№7. Даны множества A и B. Придумайте соответствия:

а) R_1 - не является отображением;

б) R_2 - является отображением «в», но не является отображением «на»;

в) R_3 - является отображением «на», но не взаимно-однозначным;

г) R_4 - взаимно-однозначное отображение.

Самостоятельная работа №6

№1. Функция f задана при помощи таблицы:

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

А) Укажите её область определения и область значений.

Б) Задайте функцию f при помощи формулы.

№2. Изучая математику в начальных классах, учащиеся выполняют задания:

А) 29+*a*. Вычисли сумму, если *a* принимает значения 0, 6, 15, 31, 46, 52.

Б) □-8. Вычисли разность, поставив в окошко числа 10, 11, 12.

В) Составь все возможные примеры на сложение однозначных чисел с ответом 14.

Покажите, что в каждом из этих заданий устанавливается соответствие между двумя числовыми множествами и это соответствие – функция. Укажите в каждом случае область её определения и область значений.

№3. Покажите, что зависимость между величинами, о которых идёт речь в нижеприведённой задаче, может быть выражена формулой y=k·x. «Из 24 м ткани сшили 8 одинаковых платьев. Сколько потребуется ткани на 16 таких же платьев?». Как называются такие задачи?

№4. Учитель, проводя с детьми анализ задачи (см. зад.в №3), спрашивает: «Если на 8 платьев израсходовали 24 м ткани, то на 16 платьев израсходуют больше или меньше

ткани?». Дети отвечают, что больше, т.к. 16 больше 8. О каком свойстве и какой функции в этом случае идёт речь?

№5. Учащимся дано задание заполнить таблицу

b	1	2	3	4	6	8	12	24
24:b								

Задаёт ли эта таблица функцию? Какую? Какое свойство этой функции можно проиллюстрировать при помощи данной таблицы?

№6. Какие из следующих формул задают на множестве R действительных чисел функцию: а) $y=4 \cdot x$; б) $y=\frac{4}{x}$; в) $x^2 + y^2 =4$.

Самостоятельная работа №7

№1. На множестве дробей $A = \{\frac{1}{2}, \frac{7}{8}, \frac{4}{8}, \frac{35}{40}, \frac{25}{50}, \frac{40}{80}, \frac{1}{3}\}$ задано отношение «дробь x равносильна дроби y». Постройте граф этого отношения и запишите все подмножества А, состоящие из равносильных дробей.

№2. Докажите, что отношение равносильности дробей есть отношение эквивалентности.

На множестве натуральных чисел задано отношение Р – «быть делителем». Какие из пар (2,15), (3,12), (10, 150), (17,17), (6, 15), (24,6), (9,1) принадлежат отношению Р, а какие - отношению P^{-1} ?

№3. Докажите, что отношение «иметь один и тот же остаток при делении на 5», заданное на множестве натуральных чисел, является отношением эквивалентности. Сколько классов эквивалентности определяет это отношение?

№4. Сформулируйте свойства отношений «равно», «не больше», «меньше на 2», заданных на множестве {1,3,5,7,9}. Какое из этих отношений является отношением: а) эквивалентности; б) порядка.

№5. В начальном курсе математики на множестве натуральных чисел рассматриваются отношения «больше», «больше на», «больше в … раз», «непосредственно следует за». Какие из них упорядочивают множество натуральных чисел?

№6. Докажите, что отношение равенства множеств рефлексивно, симметрично и транзитивно. Приведите примеры множеств, принадлежащих: а) одному; б) различным классам эквивалентности.

Самостоятельная работа №8

№1. Приведите три примера математических структур, входящих в содержание начального курса математики.

№2. Являются ли изоморфными следующие две структуры:
({1,2,3,4, …}, «+») и ({-1,-2,-3,-4, …}, «+»)

№3. Являются ли изоморфными следующие две структуры:
({1,2,3,4, …}, «+») и ({3,4,5,6, 7 …}, «*»), где a*b=a+b-2

№4. Являются ли изоморфными следующие две структуры:
({5,10,15,20, …}, «+») и ({5,25,125,625, …}, «·»)

№5. Являются ли изоморфными следующие две структуры:
({3,9,27,81, …}, «·») и ({2,4,8,16,32, …}, «·»)

Самостоятельная работа №9

№1. Являются ли сложение, умножение, вычитание и деление алгебраическими операциями на множестве М, если:

а) М= {-3,0,3},

б) М – множество нечётных натуральных чисел;

в) М – множество чётных натуральных чисел?

№2. Установите, истинно или ложно высказывание:

а) множество чётных натуральных чисел замкнуто относительно вычитания;

б) множество положительных рациональных чисел замкнуто относительно деления;

в) множество действительных чисел замкнуто относительно вычитания.

№3. Запишите элементы декартова произведения AxA, если A={2,4,8}. Между множествами AxA и A установлено следующее отношение «образом пары из множества AxA является число из множества A, на которое делится каждый элемент пары». Является ли это отношение алгебраической операцией на множестве A?

№4. Найдите целое число, симметричное относительно сложения числу: а) 8; б) -6; в) 0.

№5. Какое число симметрично числу 8 относительно умножения рациональных чисел? А числу -3/4? Есть ли число, симметричное нулю относительно этой операции?

№6. На множестве B={0, 1, 3, 2} заданы операция *, составляющая каждой паре чисел (a, b) остаток, получаемый при делении a+b на 4, и операция ◦, сопоставляющая каждой паре чисел (a, b) остаток, получаемый при делении a·b на 4. Докажите, что * и ◦ - алгебраические операции на множестве B.

Самостоятельная работа №10

1. Покажите, что множество целых неотрицательных чисел является моделью системы аксиом 1-4 Пеано. Какое число выполняет при том роль единицы? Можно ли считать моделью системы аксиом Пеано множество 3, 4, 5, 6, …?
2. Запишите коммутативный и ассоциативный законы сложения натуральных чисел. Какие преобразования выражений возможны на основании этих законов?
3. Примените законы сложения и вычислите результат; каждый случай использования законов объясните: а) 7091+(1819+509); б) (9073+1329)+2671; в) 386+287+213+564; г) 3057+1561+1513+829+2564.
4. Запишите коммутативный и ассоциативный законы умножения натуральных чисел. Какие преобразования выражений возможны на основании этих законов?
5. Примените законы умножения и вычислите результат; каждый случай использования законов объясните: а) (372 · 4) · 5; б) 20 · 811 · 4; г) 350 · 44 · 20 · 50; в) 125 · 15 · 6 · 8.
6. Запишите дистрибутивный закон умножения относительно сложения для натуральных чисел и, используя его, вычислите значение выражения: а) 57 · 247 + 57 · 362; б) 47 · 3; в) 37 · 42 + 37 · 36 – 78 · 27.

Самостоятельная работа №11

Задание: Обоснуйте выбор арифметического действия, на основе теоретико-множественного подхода, при решении следующих задач:

№1. Несколько девочек участвовали в танце. Три из них были в белых юбочках и три – в синих. Сколько девочек участвовало в танце?

№2. У Коли было пять марок, а у Феди – на 3 марки больше. Сколько марок было у Феди?

№3. На верхней полке 9 книг, их на 5 больше, чем на нижней. Сколько книг на нижней полке?

№4. На верхней полке 4 книги, это в 3 раза меньше, чем на нижней. Сколько книг на нижней полке?

№5. В трёх коробках 18 карандашей. Сколько карандашей в одной коробке?

№6. Пете осталось полить 3 грядки, а Мише 2 грядки. Сколько грядок осталось полить мальчикам?

Самостоятельная работа №12

№1. Длина отрезка АВ равна 5,6е. Сколько раз укладывается единица длины е в отрезке АВ? Сколько раз укладывается десятая доля единицы длины е?

Дан единичный отрезок е. Постройте отрезки, длины которых равны: а) 3е; б) 0,6е; в) 1,75е.

№2. Как изменится площадь прямоугольника, если: а) основание и высоту его увеличить в 3 раза; б) основание и высоту уменьшить в 2 раза; в) основание увеличить в 3 раза, а высоту уменьшить в 3 раза.

№3. Решите задачу и поясните, какие операции над величинами были выполнены в процессе решения: «Площадь кухни 9м^2. Сколько плиток, имеющих форму квадрата со стороной 3 дм, нужно для покрытия пола в кухне?»

№4. Решите задачу и поясните, какие операции над величинами были выполнены в процессе решения: «Длина листа бумаги прямоугольной формы 9 дм, а ширина 8 дм. Для стенгазеты отрезали 2/3 листа, а из остального сделали две одинаковые коробки. Сколько квадратных дециметров пошло на каждую коробку?»

№5. Решите задачу и поясните, какие операции над величинами были выполнены в процессе решения: «На пришкольном огороде прямоугольной формы выделены два опытных участка одинаковой площади. Длина первого участка 30 м, а ширина 28 м. Чему равна длина второго участка, если ширина 20 м?»

Самостоятельная работа №13

№1. Сколько в числе 132 620: а) единиц; б) единиц тысяч; в) десятков; г) десятков тысяч; д) сотен; е) сотен тысяч.

№2. Цифра десятков в записи данного двузначного числа втрое больше цифры единиц. Если эти цифры переставить, то получится число, меньше данного на 36. Найдите данное число.

№3. Запишите в десятичной системе счисления число: а) 348_8; б) 111101_2; в) 212_3; г) 432_5.

№4. Найдите значения выражения, составленного из чисел, записанных в пятеричной системе счисления: а) $24_5 + 43_5$; б) $432_5 + 114_5$; $4412_5 – 314_5$.

№5. Составьте таблицу умножения однозначных чисел в троичной системе счисления и найдите значения следующих выражений: а) $101_3 \cdot 2_3$; б) $2112_3 \cdot 12_3$; в) $201_3 \cdot 21_3$

Выполните деление: а) $2134_5 : 12_5$; б) $1022_3 : 12_3$; в) $1001_2 : 11_2$; г) $731_8 : 13_8$.

Самостоятельная работа №14

№1. Докажите, что сумма пяти последовательных натуральных чисел кратна пяти.

№2. Запишите, используя символы математической логики, свойство транзитивности отношения делимости натуральных чисел и докажите его.

№3. Найдите наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное чисел, представив их в каноническом виде: а) 144 и 360; б) 351 и 28; в) 80, 120 и 280; г) 238, 266, 431 и 329.

№4. Докажите, что два последовательных натуральных числа являются взаимно простыми

№5. Известно, что если наибольший общий делитель чисел a и b равен 11, то числа имеют вид: a = 11p, b=11q. Чему равен наибольший общий делитель чисел p и q?

№6. Используя алгоритм Эвклида, найдите наименьшее общее кратное чисел: а) 846 и 248; б) 3960 и 4735.

Самостоятельная работа №15

№1. Среди следующих высказываний укажите истинные, для ложных высказываний постройте их отрицания: а) любое рациональное число является действительным; б) любое действительное число является рациональным; в) существуют действительные числа, не являющиеся рациональными.
№2. Истинно ли утверждение о том, что квадратный корень из рационального числа всегда представляет собой запись иррационального числа?
№3. Найдите пересечение и объединение: а) множества натуральных чисел и множества положительных действительных чисел; б) множества положительных действительных чисел и множества положительных рациональных чисел; в) множества положительных рациональных чисел и множества положительных иррациональных чисел.
№4. Определите, какие из следующих бесконечных десятичных дробей представляют рациональные числа, а какие - иррациональные: 2,323232…; 3,52(375); 1,37(7); 1,212012001 …; 15,41741174117 … .
№5. Следующие числа представьте в виде несократимых обыкновенных дробей:
0,23; 10,0087; 0,(35); 5,34(7); 1,051(41).
№6. Запишите ассоциативный закон умножения положительных рациональных чисел и докажите его. Какие теоретические положения используются в процессе доказательства?

Самостоятельная работа №16

№1. Решите задачу и объясните, какие операции над длинами были выполнены в процессе решения. В куске было 25 м ткани. Хватит ли этой ткани, чтобы сшить 8 платьев, расходуя на каждое по 3 м?
№2. Решите задачу и объясните, какие операции над длинами были выполнены в процессе решения. Бревно длиной 8,1 м распилили на две части так, что одна из них оказалась в 1,7 раза длиннее другой. Какова длина каждой части бревна?
№3. Выразите обыкновенной дробью длину отрезка, равную: а) 0,375*e*; б) 1,555…*e*; в) 0,2333…*e*; г) 2,4(09)*e*.
№4. Дан единичный отрезок *e*. Постройте отрезки, длины которых равны: а) 3*e*; б) 0,6*e;* в) 1,75*e*. Каким числом выразится длина каждого из построенных отрезков, если за единицу длины принять: а) $\frac{1}{3}e$; б) 2*e;* в) 0,75*e*?
№5. Выясните, какие операции над величинами выполняются в процессе решения задачи: из двух городов, находящихся на расстоянии 520 км, одновременно вышли навстречу друг другу два поезда и встретились через 4 ч. Один поезд шел со скоростью 60 км/ч. С какой скоростью шел второй поезд?
№6. Выясните, какие операции над величинами выполняются в процессе решения задачи: один трактор работал в неделю 50 ч, другой 48 ч. Оба трактора при одинаковой норме израсходовали за неделю 686 л горючего. Сколько литров горючего израсходовал за неделю каждый трактор?

Рекомендации для текущего контроля успеваемости студентов

В соответствии с описанием содержания учебного материала по темам, студенту предлагается выполнить 2 контрольные работы, каждая из которых оценивается баллами по критериям рейтинговой системой.

Примерная контрольная работа №1

1. Изобразите при помощи кругов Эйлера множества Р и К, если Р - множество квадратов, а К есть множество: а) трапеций, б)параллелограммов, в)прямоугольников.
2. Найдите разность множеств Р и С, если $P=\{x/x\in Z, -4\le x\le 6\}$, $C=\{x/x\in N, 3\le x\le 10\}$.

3. На координатной плоскости изобразите элементы декартова произведения множеств X и Y, если a) X=R, Y={3}, b) X=R, Y=[-3;3].
4. На координатной плоскости постройте прямые, параллельные оси OУ и проходящие через точки (2;3) и (-2;3). Установите, декартово произведение каких двух множеств изображается на координатной плоскости в виде полосы, заключённой между построенными прямыми.
5. Какую фигуру образуют точки на координатной плоскости, если их координаты являются элементами декартова произведения множеств A=[-3;3] B=[-5;2]? Ответ поясните рисунком.
6. Используя числовую прямую, найдите пересечение следующих множеств: A={x/xϵZ, x>-2}, B={x/xϵZ,x≤8}.
7. На множестве X= 1; 2; 3; 4; 5 заданы предикаты A(x): «Число x - простое», B(x): «x<3» и C(x): « (x-1)(x+2)=0 ». Найдите множество истинности каждого из данных предикатов.
8. Из начального курса математики приведите примеры высказываний с кванторами. Укажите их логическую структуру. Образуйте отрицания сформулированных высказываний.
9. Является ли тавтологией составное высказывание: $((A \vee G) \wedge \bar{G}) \leftrightarrow A \wedge G$.
10. На множестве X машин заданы предикаты: A(x): «машина x легковая», B (x): «машина x красного цвета», C(x): «номер машины x оканчивается цифрой 3». Сформулируйте предикаты: а) $C(x) \rightarrow B(x) \wedge A(x)$; б) $B(x) \vee A(x) \leftrightarrow C(x)$.

Контрольная работа №2

1. Решите задачу, используя арифметический метод. Турист прошёл в первый день 3/8 всего маршрута, во второй день 40% остатка, после чего ему осталось пройти на 6,5 км больше, чем он прошёл во второй день. Какова длина маршрута?
2. Решите задачу, используя арифметический метод. В первом вагоне в 1,5 раза больше груза, чем во втором. Если из первого вагона выгрузить 5,8 т., а во второй добавить 14, 2 т., то груза в вагонах будет поровну. Сколько тонн груза в каждом вагоне?
3. Решите задачу разными способами. В первой корзинке было на 4 яблока меньше, чем во второй, а во второй на 7 яблок больше, чем в третьей. В третьей корзинке было 26 яблок. Сколько яблок было в первой корзинке?
4. Решите задачу разными способами. Из 60 м ткани сшили 20 костюмов, расходуя на каждый костюм одинаковое количество ткани. Сколько ткани потребуется на 5 таких же костюмов?
5. Между элементами множеств A={2;4;6} и B={5,7,9,11} рассматривается соответствие «число a больше числа в», где a∈A, в∈B. Задайте это соответствие несколькими способами.
6. Отображения P, Q, R множества X={1, 2, 3} в множество Y={a, b, c} заданы с помощью перечисления пар. Какое из множеств пар задаёт отображение множества X на множество Y, если: a) P={(1,a), (2,b), (3,b)}; б) Q={(1,a), (2,a), (3,a)}; R={(1,a), (3,b), (2,c)}?
7. Докажите, что множество натуральных чисел равномощно множеству: а) четных чисел; б) квадратов натуральных чисел; в) натуральных чисел, кратных 5.
8. Каждому элементу множества X={-1, -2, -3, 1, 2, 3, 0} ставится в соответствие его квадрат. Выпишите все пары, принадлежащие этому соответствию. Каково множество его значений? Постройте график этого соответствия. Является ли это соответствие функцией?

9. Постройте схематический график функции:

$$f(x) = \frac{(x-2)^2(x-3)}{x-1}$$

10. Проведите исследование функции и постройте её график:

$$f(x) = (x-4)(x-2)(x-3)$$

Контрольная работа №3

1. Постройте граф отношения «больше на 2» на множестве {4, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 14}. Постройте на этом же множестве граф отношения «больше в два раза». Каковы свойства этих отношений?
2. Дано множество X={2, 4, 6, 8, 10}. Постройте графы отношений «x - делитель y» и « x делится на y », сравните их.
3. На множестве A={6, 3, 12, 9, 15} задано отношение «быть делителем». Упорядочивает ли оно множество A?
4. На множестве отрезков заданы отношения P – «длиннее» и M – «иметь одну и ту же длину». Какое из них является отношением эквивалентности?

5. На множестве X={2, 4, 6, 8, 10} задайте отношение со следующими свойствами:
   a. Рефлексивность, антисимметричность, нет транзитивности.
   b. Антирефлекстивность, симметричность.

6. На множестве X={2, 4, 6, 8, 10} задайте отношение со следующими свойствами:
   a. Линейный порядок.
   b. Строгий порядок
   c. Эквивалентность.
7. Являются ли две структуры изоморфными: а) ({5,10,15,20,…}, +) и ({5,25, 125, 625,…}, ·); б) ({3,9,27,81, …}, ·) и ({2,4,8,16,…}, ·).
8. Дана система аксиом алгебраической операции «□»:
   (Va,в) а□в=в□а (операция коммутативна)
   (Va,в,с) а□ (в□с) = (а□в) □с (операция ассоциативна)
   (Va,в) а□в≠а
   Для всякого элемента а, найдётся такой элемент х, чтоа□в=х, и наоборот, любое последующее число может быть представлено в виде □ предыдущих чисел.
9. Являются ли моделями этой системы аксиом структуры ({1,2,3,4,…}, +) и ({4,5,6,7,…}, +)? Если обе являются моделями, то докажите их взаимный изоморфизм. Если не являются обе или одна из них, то задайте отношение в структурах так, чтобы они стали моделями данной системы аксиом.
10. Дайте определение нейтрального элемента относительно алгебраической операции. Найдите нейтральный элемент в математической структуре (Z, «возведение в степень»), (N, ·).
11. Дайте определение поглощающего элемента относительно алгебраической операции. Найдите поглощающий элемент в математических структурах (R, -), (Z, ·).

Контрольная работа №4

1. Докажите методом математической индукции следующее соотношение:
$1\cdot 2+2\cdot 3+3\cdot 4+...+n(n+1)=\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$;
2. Докажите методом математической индукции следующее соотношение:
$\frac{0}{1!}+\frac{1}{2!}+\frac{2}{3!}+...+\frac{n-1}{n!}=1-\frac{1}{n!}$;
3. Докажите методом математической индукции следующее соотношение:
$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+...+\frac{1}{2n-1}>\frac{n}{2}$.
4. Можно ли, не выполняя вычислений, сравнить значения выражений:
а) 70·32+9·32 … 79·30+79·2; б) 87·70+87·8 … 80·78+7·78
Какие теоретические положения для этого будут использованы?
5. Докажите, что если частное натуральных чисел a и b существует, то оно единственно.
6. Можно ли утверждать, что все данные равенства верны: а) 48(2·4)=48:2:4;
б) 56: (2·7)=56:7:2; в) 850:170=850:10:17. Какое правило является обобщением данных случаев? Сформулируйте его и докажите.
7. Можно ли, не выполняя вычислений, сравнить значения выражений:

а) 70·32+9·32 … 79·30+79·2; б) 87·70+87·8 … 80·78+7·78

Какие теоретические положения для этого будут использованы?

8. Найдите разными способами значение выражения (18+12):2-(2+3). Какие теоретические положения Вы использовали в каждом случае?

9. Обоснуйте выбор действия, опираясь на теоретико-множественный подход, при решении следующей задачи: «Пете осталось полить 3 грядки, а Мише 4 грядки. Сколько грядок осталось полить мальчикам?»

10. Обоснуйте выбор действия, опираясь на теоретико-множественный подход, при решении следующей задачи: «На верхней полке 6 книг, это в 3 раза меньше, чем на нижней полке. Сколько книг на нижней полке?»

Контрольная работа №5

№1. Запишите число 126 в р-ичной системе счисления, если 1) р=3, 2) р=5, 3) р=8.
№2. Сравните числа а) 401_9 …. 4001_5 , б) 10010_2 …. 111_4, в) 222_5 …. 2222_4 , г) 401_8 …. 4001_5 д) 10010_3 …. 111_5, е) 222_6 …. 2222_5
№3. Решите уравнения:
а) $20013_4 + x_4 = 30012_4$b) $22001_4 - x_4 = 21033_4$ c) $x_4 : 21_4 = 123_4$
№4. Вместо «*» поставьте нужную цифру: a) $213*_5 + *41_5 = *324_5$b) $3*01_5 – 22*_5 = *2*4_5$c) $213*_4 + *21_4 = *320_4$d) $3*01_4 - 22*_4 = *1*3_4$
№5. Найдите основание системы счисления: а) $212_x = 23$, б) $201_x = 99$
№6. В 6-ричной системе счисления 2·3=10, 4·13=100, 12·43=1000. Можно ли в десятичной системе счисления получить 1000 при умножении двух целых чисел, в каждом из которых не было бы ни одного нуля. Если «да», то приведите примеры.

№7. Учитель на вопрос, много ли у него в классе учеников, ответил «В классе 100 учеников. Из них 32 мальчиков и 13 девочек». В какой системе счисления этот ответ не является противоречивым?

№8. Для какого-нибудь p найти запись в p-ичной системе числа:

1) 2000000000_5+1234_{125}
2) $87358_9+200000000_3$
3) $70000_{169}+17543285_{13}$

№9. Докажите, что если натуральные числа a и b при делении на 7 дают один и тот же остаток, то разность квадратов этих чисел делится на 7.

№10. Найдите остаток при делении числа 5^{100} на 3.

Контрольная работа №6

№1. Из множества чисел **{** $\frac{2}{3}$ **;**4,2 ; 7; $\sqrt{7}$; 0,2(34); π; $\sqrt{9}$ **}** выделите подмножество а) рациональных чисел; б) иррациональных чисел.

№2. Среди следующих высказываний укажите истинные: а) $\frac{5}{12}$ = 0,41(6);

б) $\sqrt{13}$> 3,6; в) $\sqrt{7}$< $2\frac{3}{5}$

№3. Вычислите результат с точностью до сотых: а) 7,103 + $\frac{5}{11}$; б) 9, 511 - $\frac{2}{17}$

№4. Найдите два первых десятичных знака произведения: а) 3 · 0,27437…;

б) 5 · $\sqrt{2}$; в) $\sqrt{3}$ · $\sqrt{11}$.

№5. Двум машинисткам было поручено перепечатать рукопись. Первая машинистка перепечатала 3/7 всей рукописи, а вторая – 5/14 всей рукописи. Сколько страниц в рукописи, если первая машинистка перепечатала на 7 страниц больше, чем вторая?

№6. На уборке улицы работают две машины. Первая из них может убрать всю улицу за 40 мин, второй для этого требуется 75% времени первой. Обе машины начали работу одновременно. После совместной работы в течение 0,25 часа вторая машина прекратила работу. За сколько времени после того первая машина закончила уборку улицы?

№7. Из двух пунктов, расстояние между которыми 25 км, вышли одновременно навстречу друг другу два пешехода. Один из них проходил в час на ¾ км больше другого. С какой скоростью шёл каждый, если через 2 ч после выхода расстояние между ними стало 7,5 км?

№8. Выберите единичный отрезок, длину его обозначьте *e*. Постройте отрезки, длины которых таковы: а) $2\frac{1}{2}e$; б) 0,(4)*e*; в) 1,3(3)*e*.

№9. Сколько существует прямоугольников, имеющих площади, равные 24 $см^2$, если известно, что длины их сторон выражаются натуральными числами?

№10. Как изменится объём куба, если все его рёбра увеличить в 3 раза?